

Toets Programmacorrectheid, 2 maart 2009

Tijdsduur 2 uur. Gesloten boek.

Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Werk netjes, formuleer scherp en zorgvuldig. Schrijf duidelijk leesbaar.

Geef in alle gevallen volledige en volledig correcte annotaties.

Opgave 1 (15 %). Gegeven zijn programmavariabelen $p, q : \mathbb{Z}$. Bepaal één geannoteerde toekenning S die voldoet aan

$$S \quad \{ p = 2 \cdot X + Y \wedge q = X + 3 \} \\ \{ p = 2 \cdot X + Y \wedge q = Y - 7 \} .$$

Opgave 2 (35 %). Gegeven is de programmavariabele $m : \mathbb{Z}$. Bepaal een geannoteerd conditioneel commando U dat voldoet aan

$$U \quad \{ X = m \} \\ \{ m \geq 0 \wedge (m = X - 3 \vee m = 6 - X) \} .$$

Opgave 3 (50 %). De functie $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ voldoet aan de recurrente betrekkingen:

$$f(0) = 0 , \\ f(x) = x - 2 \cdot f(x \text{ div } 3) \text{ als } x > 0 .$$

Bepaal een commando T dat voldoet aan

$$\text{var } k, z : \mathbb{Z} ; \\ \{ P : k \geq 0 \wedge X = f(k) \} \\ T \\ \{ Q : X = z \} .$$

Gebruik hiertoe een hulpvariabele $y : \mathbb{Z}$ en een herhaling met een invariant, die $X = z + y \cdot f(k)$ bevat.

Voer het volledige stappenplan uit. Geef bij de stappen 1 en 3 geannoteerde lineaire bewijzen.